

השלמה פרונטלית באלגברה ליניארית

פרק 4 - מרחבים וקטורים

תוכן העניינים

1. צירופים ליניאריים, פרישה ליניארית ותלות ליניארית 1

צירופים לינאריים, פרישה לינארית ותלות לינארית

שאלות

בשאלות 1-7 נתונים הווקטורים הבאים :

$$u_1 = (4, 1, 1, 5), \quad u_2 = (0, 11, -5, 3), \quad u_3 = (2, -5, 3, 1), \quad u_4 = (1, 3, -1, 2)$$

- 1 א. האם u_1 הוא צירוף לינארי של u_4 ?
 ב. האם u_1 שייך ל- $Sp\{u_4\}$?
 ג. האם הקבוצה $\{u_1, u_4\}$ תלויה לינארית?
- 2 א. האם u_3 הוא צירוף לינארי של u_1 ו- u_2 ?
 ב. האם u_3 שייך ל- $Sp\{u_1, u_2\}$?
 ג. האם הקבוצה $\{u_1, u_2, u_3\}$ תלויה לינארית?
 במידה וכן, רשמו כל וקטור בקבוצה כצירוף לינארי של הווקטורים האחרים.
- 3 א. האם u_4 הוא צירוף לינארי של u_1 ו- u_2 ?
 ב. האם u_4 שייך ל- $Sp\{u_1, u_2\}$?
 ג. האם הקבוצה $\{u_1, u_2, u_4\}$ תלויה לינארית?
 במידה וכן, רשמו כל וקטור בקבוצה כצירוף לינארי של הווקטורים האחרים.
- 4 נתון $v = (4, 12, k, -2k)$.
 א. מה צריך להיות ערכו של k , על מנת שהווקטור v יהיה צירוף לינארי של u_1 ו- u_2 ?
 ב. מה צריך להיות ערכו של k , על מנת שהווקטור v יהיה שייך ל- $Sp\{u_1, u_2\}$?
 ג. מה צריך להיות ערכו של k , על מנת שהקבוצה $\{u_1, u_2, v\}$ תהיה תלויה לינארית?
- 5 נתון $v = (a, b, c, d)$.
 א. מה התנאים על a, b, c, d , על מנת שהווקטור v יהיה צירוף לינארי של u_1 ו- u_2 ?
 ב. מה התנאים על a, b, c, d , על מנת שהווקטור v יהיה שייך ל- $Sp\{u_1, u_2\}$?
 ג. מה התנאים על a, b, c, d , על מנת שהקבוצה $\{u_1, u_2, v\}$ תהיה תלויה לינארית?

6) הביעו את הווקטור $v = (10, 8, 0, 14)$ כצירוף לינארי של u_1, u_2 ו- u_3 .
בכמה אופנים ניתן לעשות זאת?

7) הביעו את הווקטור $v = (7, 10, -2, 11)$ כצירוף לינארי של u_1, u_2, u_3 ו- u_4 .
בכמה אופנים ניתן לעשות זאת?

תשובות סופיות

- 1) א. לא. ב. לא. ג. לא.
- 2) א. כן. ב. כן. ג. כן, $u_1 = 2u_3 + u_2, u_2 = u_1 - 2u_3$.
- 3) א. כן. ב. כן. ג. כן, $u_1 = 4u_4 - u_2, u_2 = 4u_4 - u_1$.
- 4) א+ב+ג. $k = -4$
- 5) $a = 5t + 3s, b = 4t - 13s, c = 7s, d = 7t$
- 6) $v = 2u_1 + u_2 + u_3$, אינסוף.
- 7) $v = \frac{7}{4}u_1 + \frac{3}{4}u_2$, אינסוף.